Определения по дискретОчке

1. Множество – это совокупность определенных, различимых между собой объектов, называемых элементами множества, в единое целое
2. Подмножество – A является подмножеством B, если любой элемент множества A так же принадлежит множеству B.
3. Надмножество – B в данном случае является надмножеством множества A, т.е. любой элемент множества A так же принадлежит множеству B.
4. Способы описания множеств:

А) списком (K = {1, 2, 3}; M = {a, b, c});

Б) порождающей процедурой (K = {x| H(x), т.е. множеству K принадлежат все элементы x такие, что H(x));

В) описанием свойств (множество чисел, являющихся степенью двойки);

Г) графическое (с помощью диаграмм Эйлера-Венна);

1. Счётные множества отличаются от несчётных тем, что их элементы можно пронумеровать (счетные = N, Z, Q числа, несчетные = C, R числа)
2. Мощность множества – количество его элементов
3. Пример множества с мощностью n: A = {a1, a2, a3, …, an}, где ai (0 < i < n+1) – любые различные числа (a1 != a2 != a3 != … != an)
4. Абсолютное дополнение множества – это его дополнение до U (универсума), т.е. для A абсолютное дополнение – не(A)
5. Булеан множества A – это множество всех подмножеств множества A (B(A))
6. Мощность булеана множества из n элементов равна pow(2, n) или pow(2, |A|)
7. Взаимное включение множеств означает, что множество A включено в множество B и множество B включено в множество A. Существует оно только в нестрогом виде (A = B)
8. Отличие строгого включения от нестрогого: строгое исключает равенство множеств
9. Собственным подмножеством B некоторого множества A называется строгое включение B в A (т.е. строгое включение одного в другое)
10. Свойство рефлективности – это унарное свойство, обозначающее эквивалентность некоторых элементов самим себе (например, отношения «<=» или «>=»)
11. Свойство симметричности – это бинарное свойство, обозначающее выполнение отношения в обе стороны (по отношению к двум объектам) (пример – осевая симметрия двух геометрических объектов)
12. Свойство транзитивности – это тернарное свойство, обозначающее выполнение соотношения между двумя объектами посредством выполнения других соотношений, т.е. из отношения (a,b) и (b, c) следует отношение (a, c) (например, отношения «<=», «>=», «<», «>»)
13. Антирефлексивное отношение – это отношение неэквивалентности некоторых элементов самим себе (например, отношения «<» или «>»)
14. Антисимметричное отношение – это отношение, не выполняющееся в обе стороны (по отношению к двум объектам) и выполняющееся только в случае равенства объектов (в общем виде aRb –> bRa только если a == b)
15. Нетранзитивное отношение – это отношение, не справедливое посредством других соотношений (например, A = {a, b}, B = {b, c}, C = {c, d}: из пересечения (A, B) и (B, C) не следует (A, C))
16. Отношение параллельности двух прямых является транзитивным, поскольку из двух соотношений может быть получено третье: a || b && b || c –> a || c
17. Операция объединения множеств A и B – это операция взятия всех элементов, принадлежащих ИЛИ множеству A, ИЛИ множеству B
18. Операция пересечения множеств A и B – это операция взятия всех элементов, принадлежащих И множеству A, И множеству B
19. Операция разности множеств A и B – это операция взятия всех элементов, принадлежащих множеству A, но НЕ принадлежащих множеству B
20. Операция симметрической разности множеств A и B – это операция взятия всех элементов, принадлежащих множеству A ИЛИ множеству B, но НЕ принадлежащих им обоим
21. Операция дополнения множества A – это операция взятия всех элементов, НЕ принадлежащих множеству A
22. Объединение двух множеств равно пустому в том случае, если каждое из объединяемых множеств пустое
23. Объединение двух множеств равно универсальному в том случае, если одно из них равно универсальному или одно является абсолютным дополнением другого
24. Пересечение двух множеств равно пустому в том случае, если одно из пересекаемых множеств пустое
25. Пересечение двух множеств равно универсальному в том случае, если каждое из пересекаемых множеств универсальное
26. Разность двух множеств равна пустому в том случае, если множества равны
27. Разность двух множеств равна универсальному в том случае, если одно из множеств универсальное (из которого вычитают), а другое пустое
28. Пересечение равно Ø (пустое), а разность не равна Ø (пустое):

- A = {a, b, c}, B = {d, e, f} –> A \* B = { Ø (пустое)} и A\B = {a, b, c}

- M = {1, 2, 3}, N = {4, 5, 6} –> M \* N = { Ø (пустое)} и M\N = {1, 2, 3}

- и т.п.

1. Законы де Моргана (двойственности):
2. not(a and b) = not(a) or not(b)
3. not(a or b) = not(a) and not(b)
4. Законы поглощения:
5. a or (a and b) = a
6. a and (a or b) = a
7. Законы склеивания:
8. (a or b) and (a or not(b)) = a
9. (a and b) or (a and not(b)) = a
10. Законы сокращения (Порецкого):
11. a or (not(a) and b) = a or b
12. a and (not(a) or b) = a and b
13. Способы доказательства правомочности тождеств:
14. Геометрический (с помощью диаграмм Эйлера-Венна)
15. Метод взаимного включения (базируется на определении равенства двух множеств, между которыми существует отношение взаимного включения, т.е. A нестрого включено в B и B нестрого включено в A только тогда, когда A == B
16. Алгебраический метод (базируется на преобразовании левой части тождества к правой (или правой к левой) с использованием других тождеств
17. Прямое (декартово) произведение n множеств (A1, A2, …, An) – это совокупность всех упорядоченных n-ок (векторов длиной n) (a1, a2, …, an) таких, что ai принадлежит Ai (i = 1, 2, …, n). Простым языком прямое произведение (например) трёх множеств A, B, C (A, B, C = {a, b, c}) – это множество векторов = {(a, a, a), (a, a, b), …, (c, c, c)}

Мощность данного произведения равна произведению мощностей каждого из них, т.е. (в примере с тремя множествами) мощность прямого декартового произведения трёх множеств равна 3\*3\*3 = 27

1. A = {a, b}. Найти A^3 (третью декартову степень).

Решение:

A x A x A = {(a, a, a), (a, a, b), (a, b, a), (b, a, a), (a, b, b), (b, a, b), (b, b, a), (b, b, b)}

1. Основные тождества для операции прямого произведения множеств:
2. (a and b) x (c and d) = (a x c) and (b x d)
3. (a or b) x c = (a x c) or (b x c)
4. (a\b) x c = (a x c) \ (b x c)
5. a x (b \ c) = (a x b) \ ( a x c)
6. etc.